



ROMÂNIA  
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIOANALE  
UNIVERSITATEA Vasile Alecsandri din BACĂU  
FACULTATEA DE ȘTIINȚE  
Str. Calea Mărășești, nr. 157, Bacău, 600115  
Tel. +40 234542411, tel./ fax +40 234571012  
[www.ub.ro](http://www.ub.ro); e-mail: [stiinte@ub.ro](mailto:stiinte@ub.ro)



## FACULTATEA DE ȘTIINȚE

*INFORMATICĂ  
INVĂȚĂMÂNT CU FRECVENTĂ REDUSĂ*

# GEOMETRIE COMPUTAȚIONALĂ

Conf.univ.dr. **VALER NIMINET**

-Curs universitar pentru studenții anului I-

Editura Alma Mater  
Bacău  
2013

# Cuprins

<b>Modulul I. ELEMENTE DE MATLAB.....</b>	9
<b>Unitatea de învățare 1. Reprezentarea 2D.....</b>	11
<b>Unitatea de invățare 2. Reprezentarea 3D.....</b>	18
<b>Rezumat Modulul I.....</b>	33
<b>Test de autoevaluare a cunoștiințelor.....</b>	34
<b>Modulul II. GEOMETRIA DIFERENȚIALĂ A CURBELOR ÎN PLAN CU APLICAȚII ÎN MATLAB.....</b>	35
<b>Unitatea de învățare 3. Reprezentări analitice ale curbelor plane.....</b>	37
2.1.1 Reprezentarea explicită a unei curbe plane.....	37
2.1.2 Reprezentarea implicită a unei curbe plane.....	40
2.1.3 Reprezentarea parametrică a unei curbe plane.....	42
2.1.5 Curbe date în coordonate polare.....	44
<b>Unitatea de învățare 4. Tangenta și normala într-un punct al unei curbe plane.....</b>	47
2.2.1. Tangenta și normala într-un punct al unei curbe plane date explicit.....	47
2.2.2 Tangenta și normala într-un punct al unei curbe plane date implicit.....	48
2.2.3 Tangenta într-un punct al unei curbe plane date parametric.....	49
2.2.4 Tangenta într-un punct al unei curbe dată în coordonate polare.....	53
2.2.5 Trecerea de la o reprezentare analitică de un tip la reprezentarea de alt tip a unui arc de curbă .....	54
2.3 Ramuri infinite ale unor arce de curbă plană.....	55
<b>Unitatea de învățare 5. Puncte singulare ale curbelor plane .....</b>	57
2.4.1 Puncte singulare ale curbelor date explicit.....	57
2.4.2 Puncte singulare ale curbelor date parametric .....	58
2.4.3 Puncte singulare ale curbelor plane date printr-o ecuație implicită.....	60
2.4.4 Forma unui arc de curbă în vecinătatea unui punct regulat.....	64
2.5 Curbura curbelor plane.....	66
2.5.1. Definiția curburii unei curbe.....	66
2.5.2 Formulele lui Serre-Frenet pentru o curbă plană.....	69
2.5.3 Calculul curburii unei curbe plane dată printr-o parametrizare oarecare.....	70
<b>Unitatea de învățare 6. Contactul a două curbe plane. Înfășurătoarea unei familii de curbe plane.....</b>	72
2.6.1 Definiția contactului a două curbe plane.	
Ecuatărea contact.....	72
2.6.2 Cerc osculator unei curbe plane într-un punct neinflexionar al ei.....	76
2.7 Înfășurătoarea unei familii de curbe plane.....	77
2.7.1 Înfășurătoarea unei familii de curbe ce depinde de un parametru.....	77
2.7.2 Înfășurătoarea unei familii de curbe plane ce depind de doi parametri.....	81
<b>Rezumat Modulul II.....</b>	83
<b>Test de autoevaluare a cunoștiințelor.....</b>	84

<b>Modulul III. GEOMETRIA DIFERENȚIALĂ A CURBELOR ÎN SPAȚIU. REPREZENTĂRI ÎN MATLAB.....</b>	85
<b>Unitatea de învățare 7. Reprezentarea curbelor în spațiu.....</b>	87
3.2 Lungimea unui arc de curbă.....	95
<b>Unitatea de învățare 8. Triedrul lui Frenet.....</b>	99
3.4 Formulele lui Frenet. Curbura și torsionea unei curbe strâmbe.....	103
<b>Unitatea de învățare 9. Calculul curburii și a torsioniilor.....</b>	105
<b>Rezumat Modulul III.....</b>	109
<b>Test de autoevaluare a cunoștiințelor.....</b>	110
<b>Modulul IV. GEOMETRIA DIFERENȚIALĂ A SUPRAFEȚELOR ȘI APLICAȚII ÎN MATLAB.....</b>	111
<b>Unitatea de învățare 10. Suprafețe. Curbe pe o suprafață.....</b>	113
<b>Unitatea de învățare 11. Planul tangent și normala la o suprafață.....</b>	120
<b>Unitatea de învățare 12. Prima formă fundamentală a unei suprafețe .....</b>	123
4.3.1. Definiția primei forme fundamentale și determinarea acestiei când suprafața se dă sub diferite forme.....	123
4.3.2 Lungimea unui arc de curbă de pe suprafață.....	124
4.3.3 Unghiul a două curbe trase pe o suprafață.....	125
4.3.4 Elementul de arie al unei suprafețe.....	126
<b>Unitatea de învățare 13. A doua formă fundamentală a unei suprafețe. Curbura unei curbe de pe o suprafață.....</b>	127
4.4.1. A doua formă fundamentală a unei suprafețe.....	127
4.4.2. Teorema lui Mensuier.....	131
<b>Unitatea de învățare 14. Linii importante ale unei suprafețe.....</b>	132
4.5.1 Linii de curbă.....	132
4.5. 2 Curburile unei suprafețe.....	134
4.5. 3. Linii asymptotice.....	135
4.5. 4. Linii geodezice.....	136
<b>Rezumat modulul IV.....</b>	138
<b>Test de autoevaluare a cunoștiințelor.....</b>	139
<b>BIBLIOGRAFIE .....</b>	140
<b>PROGRAMA ANALITICĂ.....</b>	141
<b>CALENDARUL DISCIPLINEI.....</b>	143